《4.3.1 对数的概念》教学设计

云南师范大学实验中学 张青松

一、教学内容分析

1．地位与作用

对数的概念是建立在科技、经济以及社会生活实际需要的基础上，其知识建构是以乘方运算和指数幂为基础进行讨论的．对数概念的学习，为后续对数的运算、换底公式、对数函数的概念、对数函数的性质等知识的学习奠定基础．通过本节课对对数概念的学习，可以帮助学生更深入地理解对数函数的概念，在教材中起着承上启下的作用，具有非常重要的地位．

2．教学目标与目标解析

**教学目标：**

(1) 经历概念的形成过程，理解对数的概念及性质

(2) 理解指、对数的关系，掌握指、对数式的互化

**目标解析：**

 (1) 学生能将所求方程中的准确表示出来，能认识和表示常用对数和自然对数；

(2) 学生能清楚指出指、对数之间所具有的关系，在指、对数式中指明各个字母的意义，能熟练地进行指、对数式的互化，通过两式的互化得出对数的性质．

3．教学重点难点

**重点**：对数的概念；指数式与对数式的互化；对数的性质

**难点**：对数的概念；指数式与对数式的互化

二、教学问题诊断分析

本节课第一个学习难点是对数概念，虽然学生可以根据以往经验提出新概念建立的必要性，但是就像数的次方根概念的提出一样，每一次新概念的提出都与学生以前的认知产生矛盾，因此需要适应和熟悉，而这样的过程在对数这一概念上显得尤为漫长．在高中的学习过程中，涉及“数的次方根”的概念的开方运算是乘方的逆运算，对于对数这一概念，可以类比以往的互逆运算的关系进行认识．即使这样，开方运算还是比较直观、容易理解的，但是由于对数所处运算级别较高，因此在教学中需要反复训练，才能使学生尽快熟悉．

第二个学习难点是在对指、对数的关系的认识上，学生往往只在表面上认识了对数概念，没有紧扣定义，充分发掘定义中指、对数之间的关系．为此，可使用式中连线的直观方式对指、对数式相互对照，特别是在对字母的认识中可以明确“对数即指数”这一本质，使学生进一步加深对数概念的理解．

三．教法学法分析

**教法**：问题驱动式、启发探究、互动讨论

**学法**：合作交流、归纳总结、自主探究

四、数学学科素养渗透

1、数学抽象：对数的概念

2、逻辑推理：推导对数性质

3、数学运算：用指、对数之间的关系转化求值

4、数学建模：通过与指数式的比较，引出对数概念和性质

五、教学过程

**环节一：复习回顾，铺垫引入**

问题情境：有人发现，某地新冠肺炎疫情在初始阶段，感染病例数随时间(单位：天)的变化规律，近似满足指数模型：．请问累计感染病例数达到100人时，大约需要多少天？

**问题1**：若，这里的存在吗？是否唯一？

预设：(如果学生无法思考出这个问题，教师可以搭好脚手架) 能不能先找一些容易解决的特例？

生 (或师)：，，……

师：存在且唯一吗？那么中的存在且唯一吗?

(学生经过讨论，从函数与的图象入手，很快理解是存在且唯一的．

【**设计意图**】 利用具体且易理解的问题，引发学生认知上的迁移．从特殊到一般，体现探索过程从直观到理性的认知过程．引导学生利用指数函数来探求是存在且唯一的．

**问题2：**能否借助已有知识表示？

师：这个数既然是存在的，那这个数怎么表示出来呢？

(学生思考时，教师可以提示：以前我们有没有遇到过类似的问题？如已知，等于什么呢？有什么启发？引出一个新数的表示方法)

生：类似于，这时的也可以用一个新的符号来表示．

【**设计意图**】 类比开方与乘方的互逆运算关系，让对数概念的提出更加自然．

**问题3**：那么这个数的表示中，会和哪些量有关系呢?

生：和100、1.3．

师：那么到底用什么样的一个数学符号来表示一个1.3的多少次幂等于100的这个数呢?这个数的表示中又要体现1.3和100这样两个关键数据，苏格兰数学家纳皮尔将该数称为“1ogarithm”，后来数学家又把它简写为“log”，把它与1.3和100组成的整体来表示一个1.3的多少次幂等于100的数．(强调的含义) 这样的数我们就称为对数．(引出本节课题)

【**设计意图**】 使学生意识到决定新数的关键要素是什么，引入对数符号，来表示指数幂中不特殊的指数，过渡到对数概念．

**环节二：推陈出新，建构新知**

**问题4：**从刚才的实例看出，对数实际上是为了刻画中的哪个量呢？那怎么表示这个量呢？

**(1) 对数及表示**

若(，且)，则()．

(预设：由学生先定义对数：“若，则”，再强调相关字母的取值范围进行完善，总之，要把问题探究的权力还给学生．)

① 正确写法：格式“四线三格”



 错误写法：



② 读法：以为底的对数

【**设计意图**】 教学中注意对数的书写格式，避免因书写不规范而产生的错误，进一步强化学生对对数符号的认识和理解．实际教学情况表明用“四线三格”进行规范可以收到较好的教学效果．

**环节三：辨析理解，深化概念**

**问题5**：在中，如何理解“”这个符号？

师生互动：学生思考，教师加以引导．

(1) 符号是一个整体，虽说它由对数符号、底数、真数三个部分组成，但这三个部分缺一不可，三者组合在一起才是一个数；

(2) 这个数“”本质是表示“的多少次方等于”．

【**设计意图**】 帮助学生理解对数的符号，特别是让学生接受符号整体表示一个数．

**问题6**：对数式与指数式之间有什么关系？

生：与两个等式都表示﹑、这3个量之间的同一个关系，指数式和对数式两者是等价的，两种写法是可以互化的．(板书以下关系式)



【**设计意图**】 明确指数式和对数式是﹑、三者之间同一种数量关系的不同写法，理解指数式与对数式的相互关系，感受等价转化这个重要的数学思想，为探究对数的基本性质做好铺垫．

练习：将下列指数式写成对数式

 (1) ； (2) ； (3) ．

**问题7**：如引进的时候我们要考虑的取值范围，那么在中与的范围是什么?

生：根据指数式与对数式两者的等价性，所以我们沿用指数中且的条件，必须大于0．

【**设计意图**】 引导学生利用指数式和对数式的互化关系和已经研究过的幂的相关知识认识、的范围，进一步使学生加深对概念的理解．

师：通常我们将以10为底的对数叫作常用对数，记为．另外，在科技、经济以及社会生活中经常使用以无理数…为底数的对数，以为底的对数称为自然对数，记为．

**环节四：新知应用，巩固拓展**

例1、将下列指数式与对数式互化：

 (1) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_； (2) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

 (3) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_； (4) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【**设计意图**】 让学生通过对数式与指数式的互化，更深刻地理解对数式，寻求两者间的本质联系．

例2、求下列各式中的值

 (1) ； (2)； (3) ； (4)．

**拓展提升：**在例2的(3)、(4)中如果不给出，要你求出对数值，你还会吗？

如果将100写成，结合(3)、(4)的结果，你有什么发现？)

【**设计意图**】 本例的设计是逐步让学生脱离指数式，计算对数的值．对(3)、(4)的引申为引入对数恒等式，探究对数性质做准备．

**探究活动1**、试求下列对数的值

，，，

思考：你有什么发现？

**探究活动2**、试求下列对数的值

，，，

思考：你有什么发现？

【**设计意图**】 两个自主探究活动，一是为了引导学生脱离指数来认识对数；二是从特例出发总结可能的结论，再研究结论一般形式是否成立，符合知识发展的过程，同时也发挥学生学习的能动性．

**环节五：归纳总结，反思提升**

**问题8**：回顾本节课的内容，回答下列问题：

(1) 对数概念是如何提出来的？它对发现和提出问题有什么启示？

(2) 指、对数之间有何关系？利用这种关系可以帮助我们解决什么问题？

六、课后作业

**基础性作业**

1．将下列指数式写成对数式，对数式写成指数式

(1) ； (2) ； (3) ；

(4) ； (5) ； (6) ；

(7) ； (8) ．

2．求下列各式的值

(1) \_\_\_\_\_\_\_； (3) \_\_\_\_\_\_\_；

(3) \_\_\_\_\_\_\_； (4) \_\_\_\_\_\_\_．

(5) \_\_\_\_\_\_\_； (6) \_\_\_\_\_\_\_．

3．求下列各式中的值

(1) ； (2) ；

(3) ； (4) 

**提升性作业**

4．对数中，实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_．

5．求下列各式中的值

(1) ； (2) ．

6．阅读教科书“文献阅读与数学写作”部分的材料《对数概念的形成与发展》，借助计算机网络查阅文献资料，写一篇数学小论文．

七、设计反思

本节课借助抗击新冠疫情这一最新的现实情境，通过情境引入唤起学生对已有的指数幂运算这一知识点的重新建构，对指数幂中已知底数与指数求的乘方运算，已知指数与幂求底数的开方运算，最后引出已知底数与幂求指数的对数运算，从而完善指数幂运算这一知识结构体系．在教学过程中让探究式教学走进课堂，旨在让学生自己去探索第三种运算的运用方法，从而发挥学生的主动性和主体性，让学生学会发现问题，提出问题、分析问题并解决问题。

本节课采用问题驱动式的教学设计引导学生一步步深入探究学习对数，总结提升．将教材中对数的概念部分内容进行优化，教师通过引导学生在初中的指数幂概念以及前一章节所学的实数指数幂及其运算的基础上，思考如何在已知底数与幂的情况下求出指数？如何定义新的知识“对数”？如何理解对数式，它与指数式之间的本质联系是什么？如何理解对数的表达式？如何确定对数式中各个参数的范围？层层递进的问题驱动学习，引导学生深入探寻对数的奥秘．