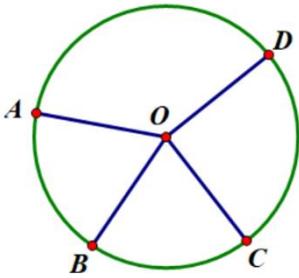


“缘起圆落”

—隐形圆在数学解题中的应用

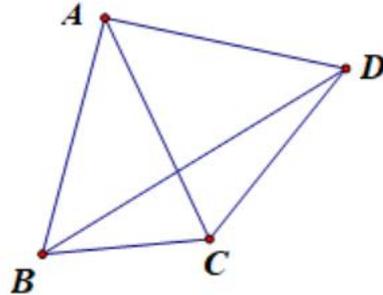
一、“定点定长”作“隐形圆”



“缘起”：

在 $\odot O$ 中： $OA=OB=OC=OD$

圆上各点到定点（圆心）的距离
都等于定长（半径 r ）

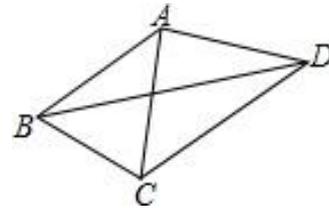


“圆落”：

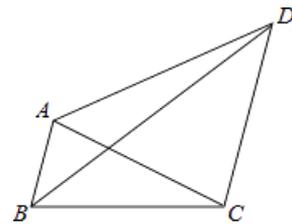
在四边形 $ABCD$ 中，若满足 $AB=AC=AD$ ，
则_____

结论：_____

练习 1. 如图，已知 $AB=AC=AD$ ， $\angle CBD=2\angle BDC$ ， $\angle BAC=44^\circ$ ，
则 $\angle CBD$ 的度数为_____， $\angle CAD$ 的度数为_____

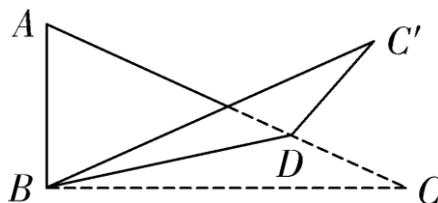


练习 2. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AC=BC=DC=4$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ，
 $AD=6$ ，则 $BD=_____$



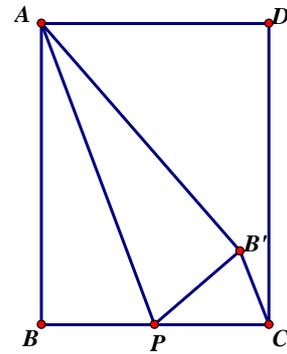
方法总结： _____

如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ，点 D 在 AC 边上运动，将 $\triangle BCD$ 沿 BD 翻折，点 C 的对应点为 C' ，在点 D 从点 C 到点 A 的运动过程中，请你画出点 C' 的运动轨迹。

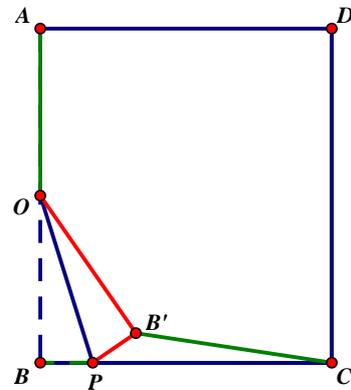


例 2: (2020 西山区二模)

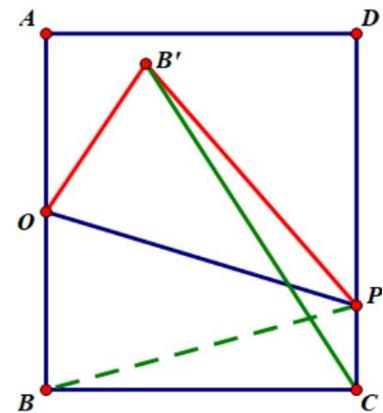
如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=8$, $BC=6$, 点 P 为边 BC 上一个动点, 将 $\triangle ABP$ 沿 AP 折叠, 点 B 落在 B' 处,
 (2) 点 P 移动过程中, CB' 最小值为_____



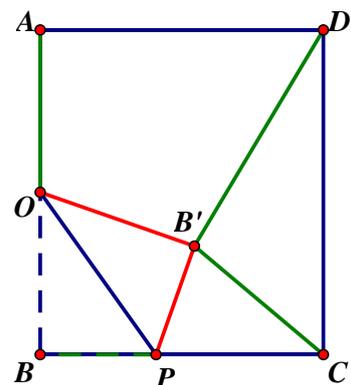
变式 1: 在矩形 ABCD 中, $AB=4\sqrt{3}$, $BC=6$, O 为 AB 的中点, 点 P 为边 BC 上一个动点, 将 $\triangle OBP$ 沿 OP 折叠, 点 B 落在 B' 处, 则 CB' 的最小值为_____



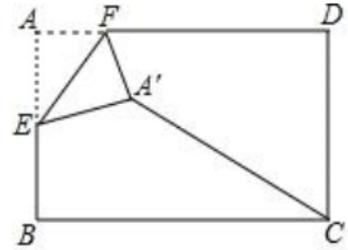
变式 2: 在变式 1 的基础上, 将“点 P 为边 BC 上一个动点”改为“点 P 为边 BC、CD、AD 上的动点”, 作点 B 关于 OP 对称点 B' , 连接 OB' 、 PB' , 则 CB' 的最大值为_____



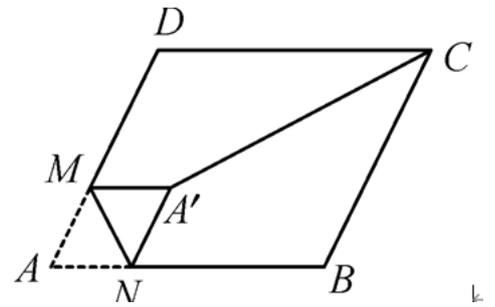
变式 3: 在变式 2 的基础上, 连接 DB' , 则 $\triangle B' DC$ 面积最大值为_____, 最小值为_____



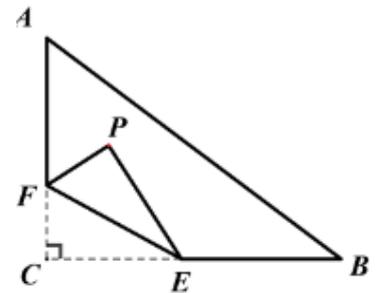
习题 3 (2017 贵阳) 如图, 在矩形纸片 ABCD 中, $AB=2$, $AD=3$, 点 E 是 AB 的中点, 点 F 是 AD 边上的一个动点, 将 $\triangle AEF$ 沿 EF 所在直线翻折, 得到 $\triangle A'EF$, 则 $A'C$ 的最小值是_____



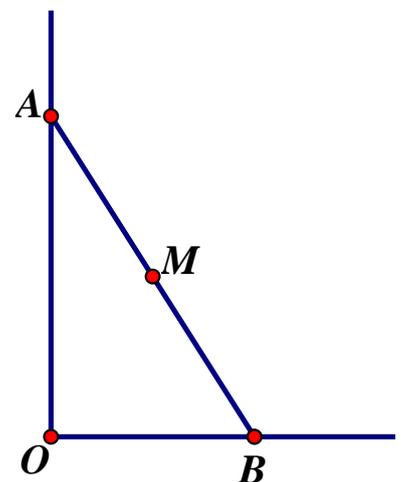
习题 4 (2019 通辽) 如图, 在边长为 3 的菱形 ABCD 中, $\angle A = 60^\circ$, M 是 AD 边上的一点, 且 $AM = \frac{1}{3}AD$, N 是 AB 边上的一动点, 将 $\triangle AMN$ 沿 MN 所在直线翻折得到 $\triangle A'MN$, 连接 $A'C$, 则 $A'C$ 长度的最小值是_____.



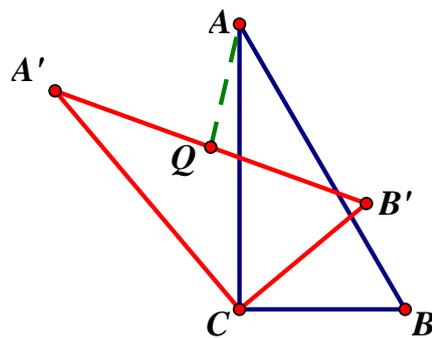
习题 5. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=6$, $BC=6\sqrt{3}$, 点 F 在边 AC 上, 并且 $CF=2$, 点 E 为边 BC 上的动点, 将 $\triangle CEF$ 沿直线 EF 翻折, 点 C 落在点 P 处, 则点 P 到边 AB 距离的最小值是_____.



习题 6 如图, 长为 2 米的梯子 AB 竖直放在墙角, 在沿着墙角缓慢下滑至水平地面过程中, 梯子 AB 的中点 M 的运动轨迹长度为_____



习题 7 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕顶点 C 逆时针旋转得到 $\triangle A'B'C$ 若 $BC=2$ ， $\angle BAC=30^\circ$ ，若 Q 是 $A'B'$ 的中点，连接 AQ ，则线段 AQ 的最小值为_____，最大值为_____



变式：若 M 是 BC 中点，连接 PM ，其余条件不变，求线段 QM 的最小值与最大值

